



# АПМ

ВЕДУЩИЙ РАЗРАБОТЧИК  
ПО ДЛЯ ИНЖЕНЕРНЫХ РАСЧЕТОВ

Сопромат и КЭ анализ  
в снегоходостроении





# Что можно сделать со снегоходом?

1. Сгонять туда, куда Макар телят не гонял
2. Прыгнуть со скалы
3. Через Байкал



# Зачем, что и как считать?

Экспонаты музея сломанных  
конструкций, Такомский мост



Консорциум разработчиков  
инженерного программного обеспечения

# ДАВЛЕНИЕ

- это нормальная сила, деленная на площадь приложения:  $p = F/S$

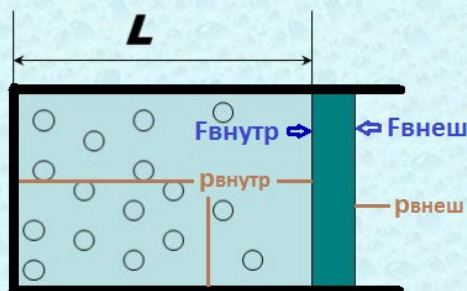
- это реакция на попытку изменить объем

*Во сколько раз изменится давление воздуха в цилиндре (рис), если поршень переместить на  $L/3$  влево?*

• Не изменится

• Увеличится в 1,5 раза

• Уменьшится в 1,5 раза



**Закон  
Бойля-Мариотта**  
(изотермический процесс)

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} = \text{const}$$

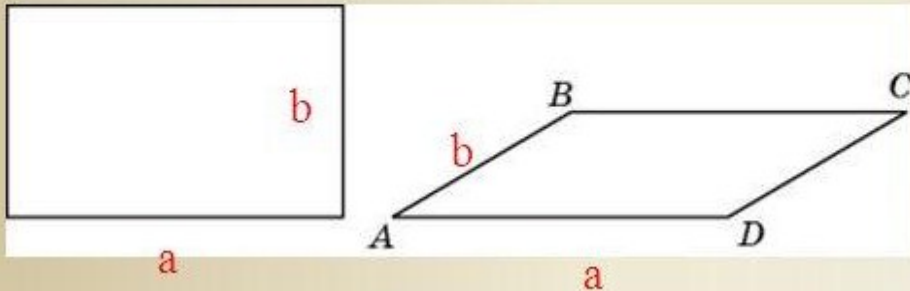
$$pV = \text{const} \text{ при } T = \text{const}$$



Для газа данной массы произведение давления газа на его объем постоянно, если температура газа не меняется

# НАПРЯЖЕНИЕ, МПа

- это реакция на изменение формы



Для прямоугольника  $S = ab$

Для параллелограмма  $S' = ab \cdot \sin A$

При  $A \approx \pi/2$   $\sin A \approx 1$   $S' \approx S$

*Главные площадки – площадки, на которых касательные напряжения отсутствуют.*

*Главные напряжения – нормальные напряжения, действующие по главным площадкам.*

*Главные напряжения – нормальные напряжения, принимающие экстремальные значения.*

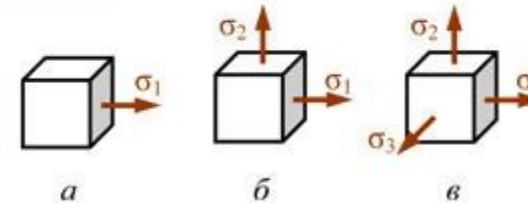


Рис. 3.4. Виды напряженного состояния:  
а – линейное (одноосное); б – плоское (двухосное); в – объемное (трехосное)

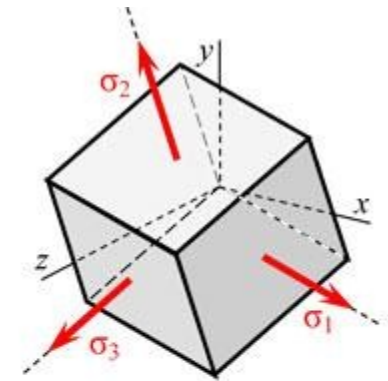


Рис. 3.3. Ориентация элементарного параллелепипеда, при которой по граням действуют только нормальные напряжения

Главные напряжения нумеруют в порядке убывания  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ .



# НАПРЯЖЕНИЕ, МПа

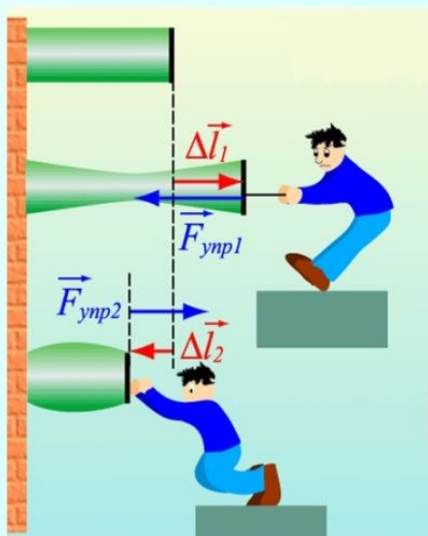
- это реакция на изменение формы

## Закон Гука

Сила упругости, возникающая при упругой деформации тела, прямо пропорциональна величине деформации ( $\Delta l$ ) и направлена в сторону противоположную перемещению частиц тела при деформации.

$$F_{\text{упр}} = k \cdot \Delta l$$

$\Delta l$  – удлинение, м  
 $k$  – коэффициент жесткости,  $\frac{\text{Н}}{\text{м}}$



Переход к удельным параметрам – отвязываемся от габаритов образца:

$$F = k \cdot \Delta l$$

$$(F/S) \cdot S = k \cdot (\Delta l/l) \cdot l$$

$$\sigma \cdot S = k \cdot \varepsilon \cdot l$$

$$\sigma = (k \cdot l / S) \cdot \varepsilon$$

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

и так в трех направлениях (реально), где:

$S$  [м<sup>2</sup>] – площадь поперечного сечения образца,

$L$  [м] – его длина,

$\sigma$  [Н/м<sup>2</sup>] – возникающее напряжение,

$\varepsilon$  [раз] – относительная деформация образца,

$E$  [Н/м<sup>2</sup>] – модуль упругости (Юнга) материала образца

# КРИТЕРИЙ

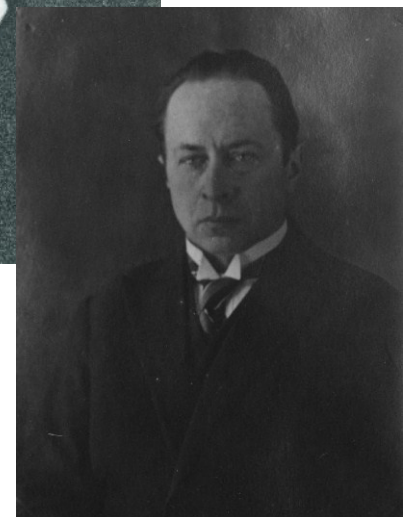
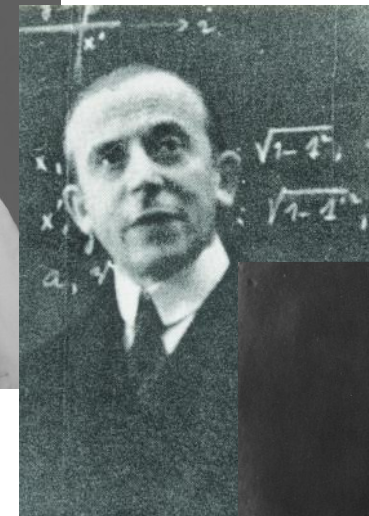
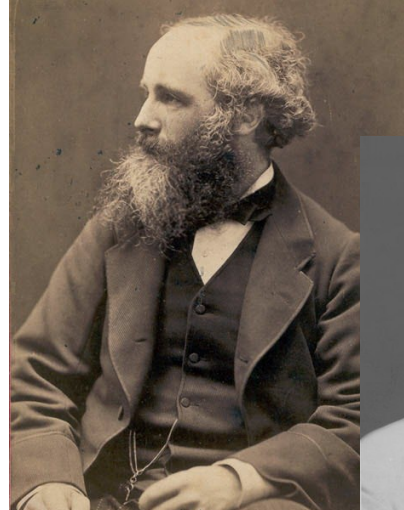
Максвелла-

Губера-

Мизеса-

Генки

формоизменение



Выражение для деформации сдвига в октаэдрических плоскостях имеет вид

$$\gamma_{\text{окт}} = \frac{2}{3} \sqrt{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_2 - \epsilon_3)^2 + (\epsilon_3 - \epsilon_1)^2}, \quad (1.68)$$

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

«Основа для применимости результатов математической теории вероятностей к реальным *случайным явлениям* должна зависеть от некоторой формы частотной концепции понятия вероятности, неизбежная природа которой была весьма **вдохновенно** установлена фон Мизесом»

А. Н. Колмогоров



Консорциум разработчиков  
инженерного программного обеспечения

# ДИАГРАММА

напряжение от деформации

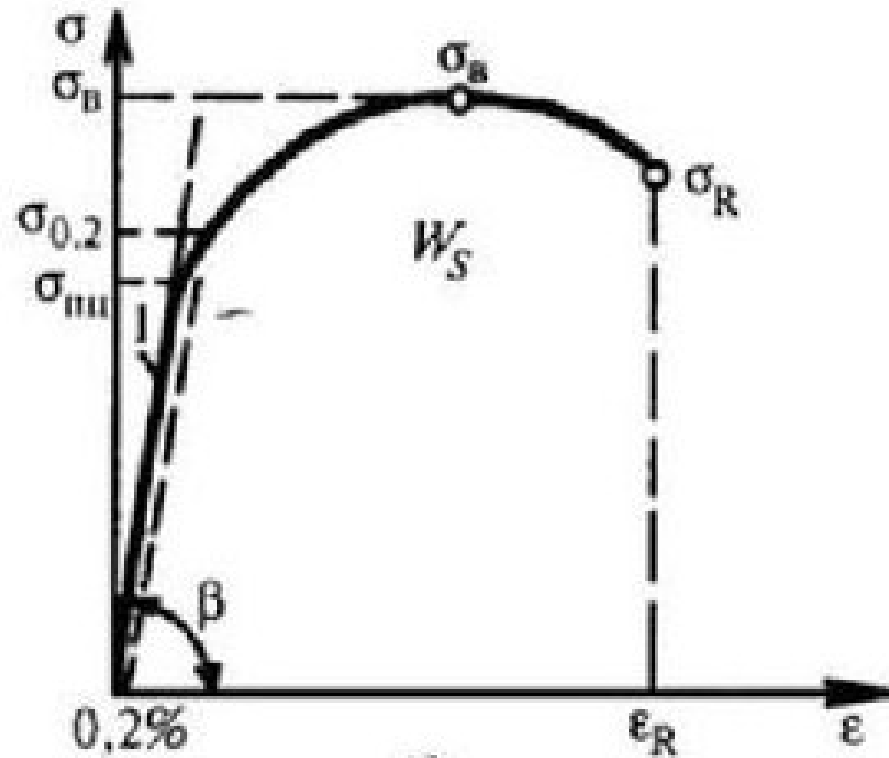
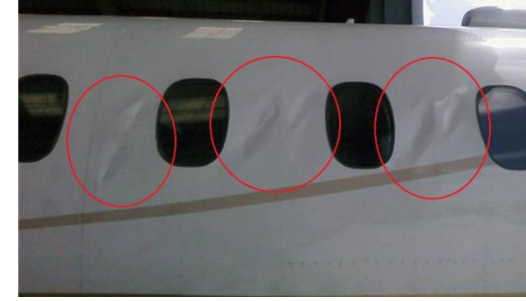


Испытания на разрыв ной машине



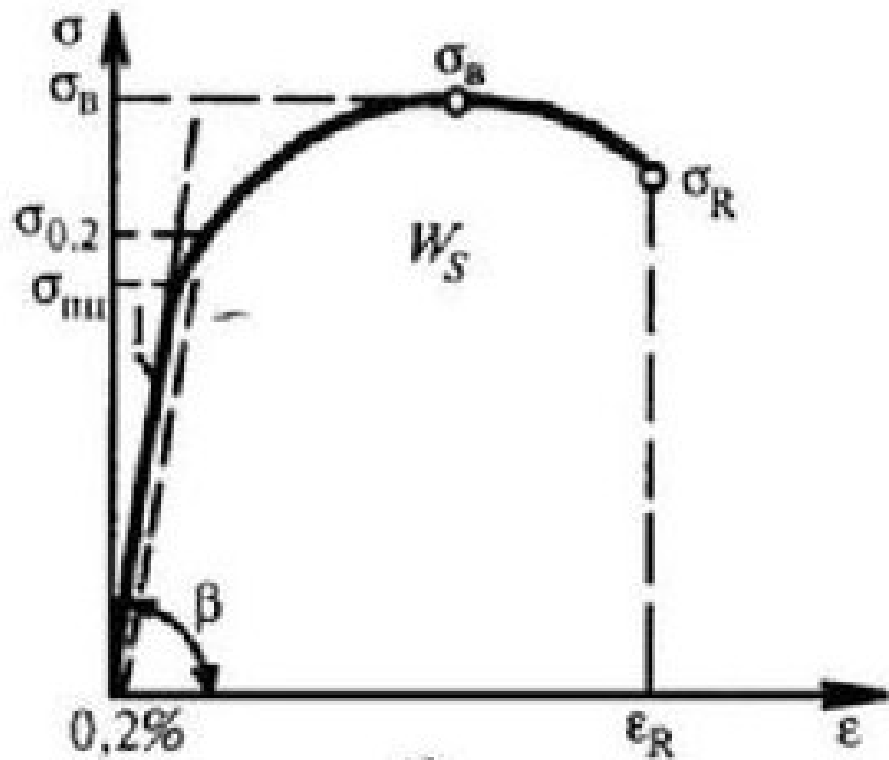
# ДИАГРАММА

напряжение от деформации



Многоразовая упругая до  $\sigma_{пп}$  –  
усталостной прочности: планер  
Редкая упругая до  $\sigma_{0.2}$  –  
текучести: реактивный двигатель  
Однократная пластическая до  
 $\sigma_{в}$  – прочности: ПЭ лента  
 $\sigma_{потери}$  устойчивости – обшивка  
крыла, ластик, линейка

# ПАРАМЕТРЫ материала ( $\approx$ Ст3 по умолчанию)



Параметры материала

На основе существующего в модели материала:

Загрузить

Модуль упругости нормальный, [Н/мм <sup>2</sup> ]	200000
Коэффициент Пуассона, [-]	0.3
Плотность, [кг/мм <sup>3</sup> ]	7.8000011114
Температурный коэффициент линейного расширения, [1/°C]	1.2e-05
Теплопроводность, [Вт/(°C*мм)]	5.5e-05
Удельная теплоемкость, [Дж/(кг*°C)]	462
Предел прочности при сжатии, [Н/мм <sup>2</sup> ]	410
Предел прочности (Временное сопротивление), [Н/мм <sup>2</sup> ]	410
Предел текучести, [Н/мм <sup>2</sup> ]	235
Предел выносливости при растяжении, [Н/мм <sup>2</sup> ]	209
Предел выносливости при кручении, [Н/мм <sup>2</sup> ]	139

OK Отмена

$$E = \operatorname{tg}(\beta)$$

$\sigma_B$   
 $\sigma_{0.2}$   
 $\sigma_{пп}$



# СИТУАЦИИ => расчетные случаи

Легенда:

**Экстремальные режимы (напряжения от предела усталостной прочности до предела текучести)**  
**Крайние режимы (напряжения выше предела текучести)**

№	Точка приложения, к.у.д., мм	Название	Нагрузка от лыж, Н, Н*м Fx, Fy, Fz, Mx, My, Mz	Нагрузка от рулевой тяги, Н, Н*м Fx, Fy, Fz, Mx, My, Mz
1		Определение статических реакций для скрученной массы		
2		Определение статических реакций для поперечной массы		
3		Определение статических реакций для поперечной массы с прицепами		
4		Разгон на ровной недеформируемой ОП		
5		Торможение на ровной недеформируемой ОП		
6		Переезд ралли заданным углом подъема и спуска		
7		Переезд ралли заданным углом подъема и спуска с прицепом		

№	Точка приложения, к.у.д., мм	Название	Нагрузка от лыж, Н, Н*м Fx, Fy, Fz, Mx, My, Mz	Нагрузка от рулевой тяги, Н, Н*м Fx, Fy, Fz, Mx, My, Mz
8		Переезд ралли заданным углом подъема и спуска под углом к продольной оси		
9		Переезд ралли заданным углом подъема и спуска под углом к продольной оси с прицепом		
10		Движение снегохода по неровной ОП со случайным профилем		
11		Преодоление единичной неровности		
12		Преодоление единичной неровности под углом к продольной оси		
13		Снегоход на косогоре при поперечной массе		
14		Снегоход на косогоре при поперечной массе с несом ЦМ груза		
15		Снегоход криволинейное движение с минимальным радиусом кривизны		

№	Точка приложения, к.у.д., мм	Название	Нагрузка от лыж, Н, Н*м Fx, Fy, Fz, Mx, My, Mz	Нагрузка от рулевой тяги, Н, Н*м Fx, Fy, Fz, Mx, My, Mz
16		заданной скоростью (куча нагрузка)		
17		Снегоход криволинейное движение с заданным радиусом и заданной скоростью (куча нагрузка)		
18		Вулкановая застрявшего снегохода тяга на фарах		
19		Снегоход поворот на подъеме		
20		Снегоход поворот на спуске		
21		Снегоход экстренное торможение на спуске		
22		Снегоход экстренное торможение на спуске с поворотом		
23		Проезд мостика		
24		Удар в труднопредельное		

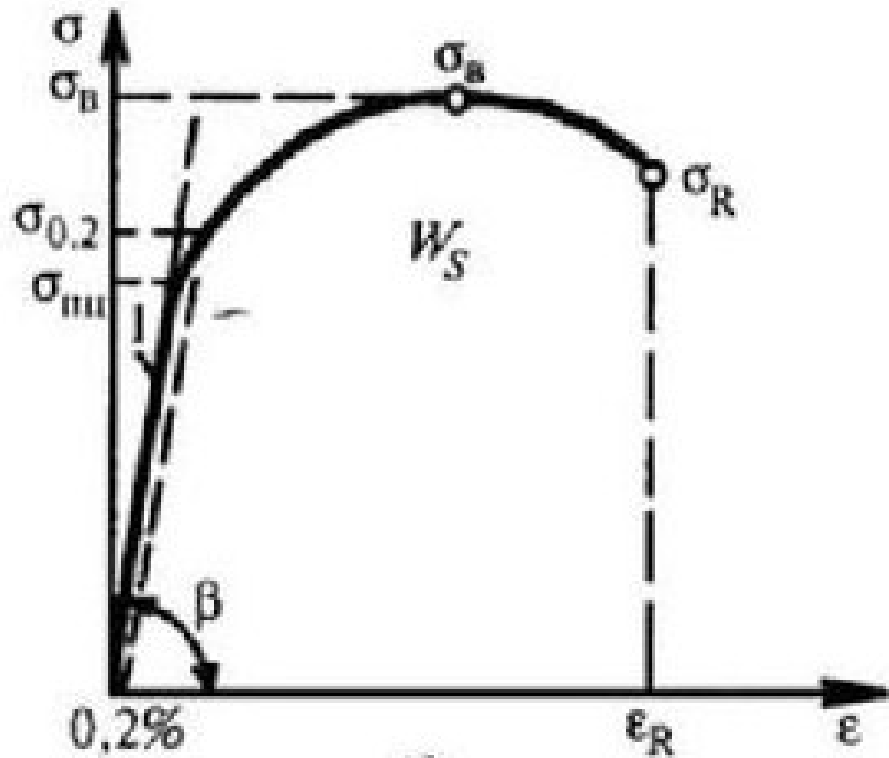
№	Точка приложения, к.у.д., мм	Название	Нагрузка от лыж, Н, Н*м Fx, Fy, Fz, Mx, My, Mz	Нагрузка от рулевой тяги, Н, Н*м Fx, Fy, Fz, Mx, My, Mz
25		препятствие (глыба, камень)		
26		Удар в бордюр боковой поверхности лыжи		
27		Вывешивание лыж		
28		Движение по неровной дороге 4 или 5 категории эксплуатационной с прицепом и без		
29		Преодоление бульдозерного сопротивления на горизонтальной ОП		
30		Привлечение после прыжка		
31				
32				
33		Въезд на стену		
34		Лыжня лыжи		

**РАЗВИТИЕ**

Консорциум разработчиков инженерного программного обеспечения



# АНАЛИЗ результатов



Напряжения до  $\sigma_{пп}$  не вызывают никаких проблем

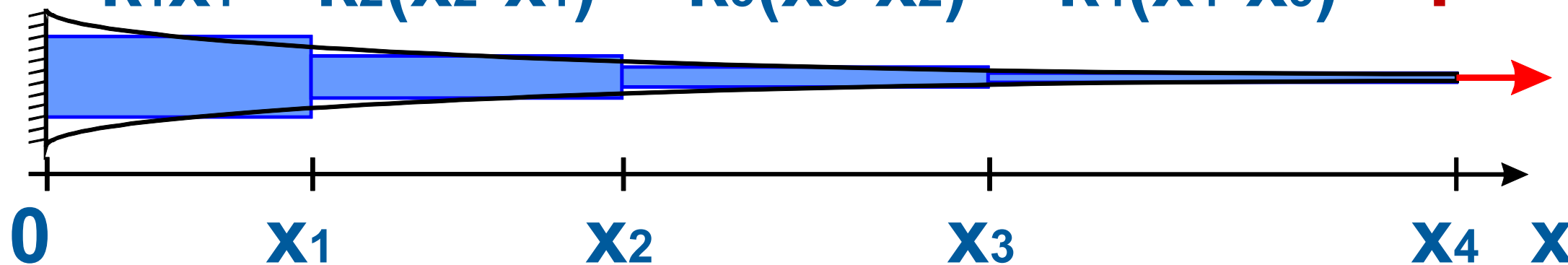
Напряжения от  $\sigma_{пп}$  до  $\sigma_{0.2}$  допустимы считаное число раз

Напряжения от  $\sigma_{0.2}$  до  $\sigma_{в}$  приводят к ремонту

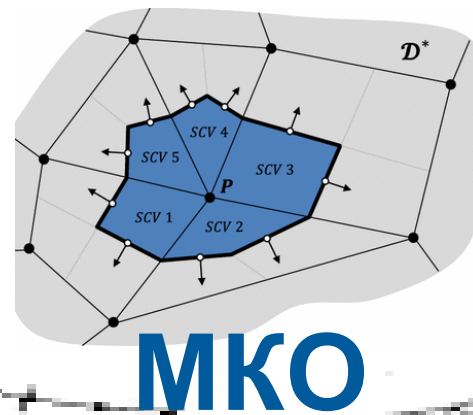
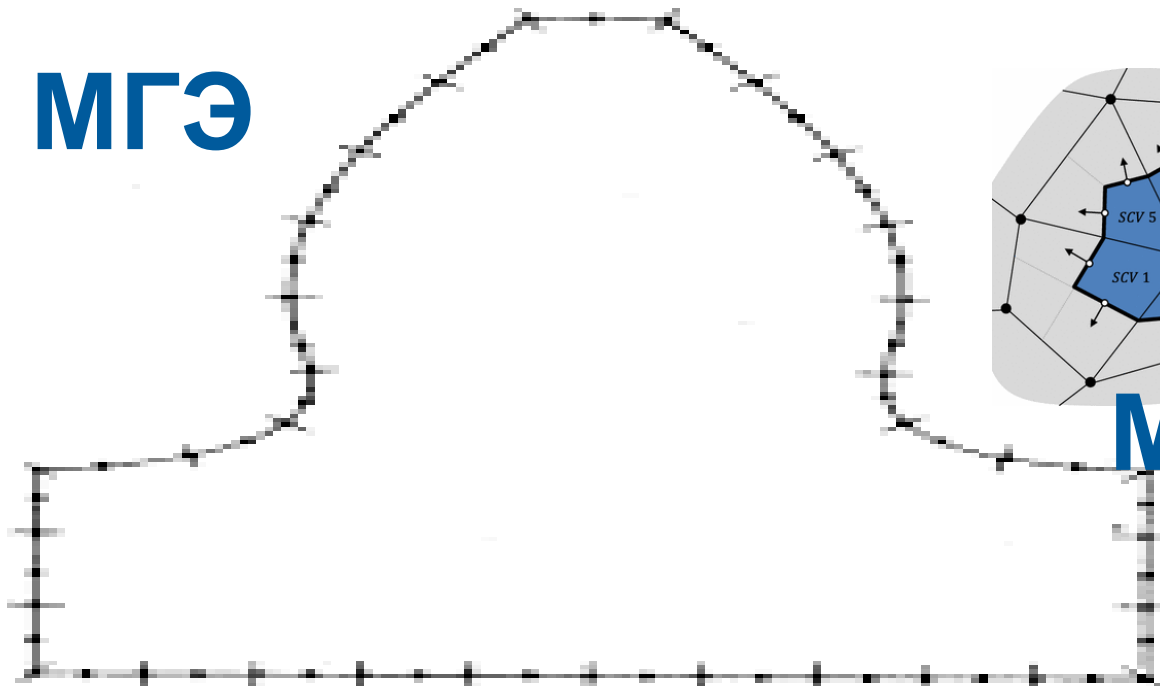
Напряжения выше  $\sigma_{в}$  или потери устойчивости – недопустимы!



$$k_1 x_1 = k_2(x_2 - x_1) = k_3(x_3 - x_2) = k_4(x_4 - x_3) = F$$

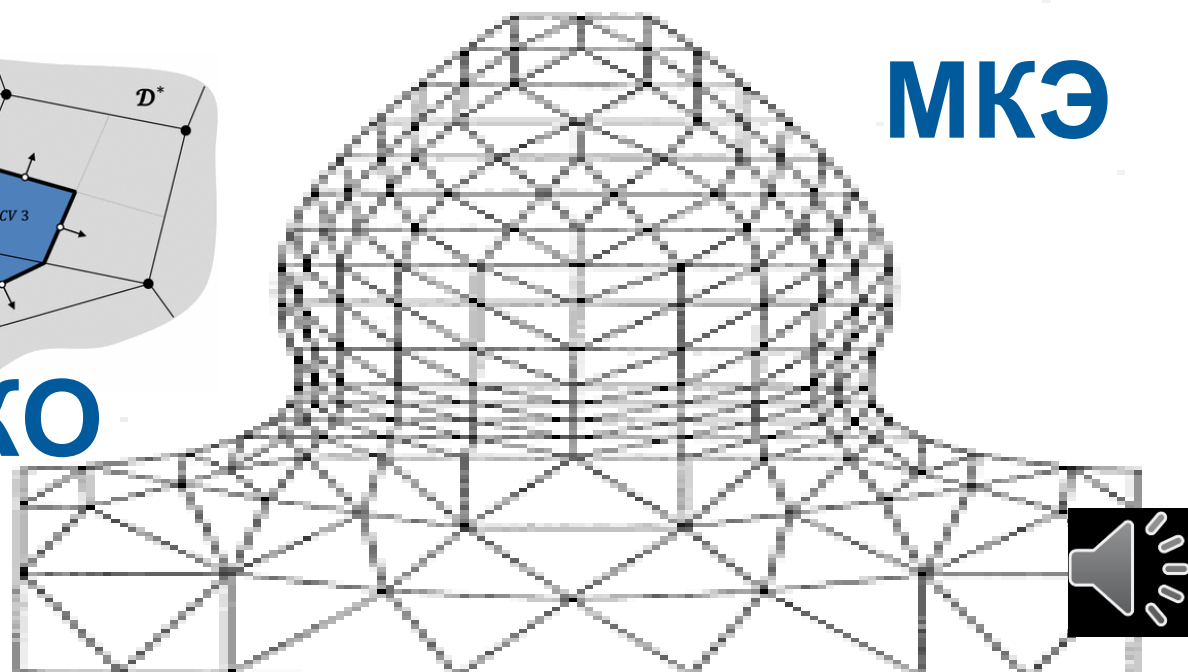


**МГЭ**



**МКО**

**МКЭ**





# Типы КЭ и их применение для моделирования конструкций

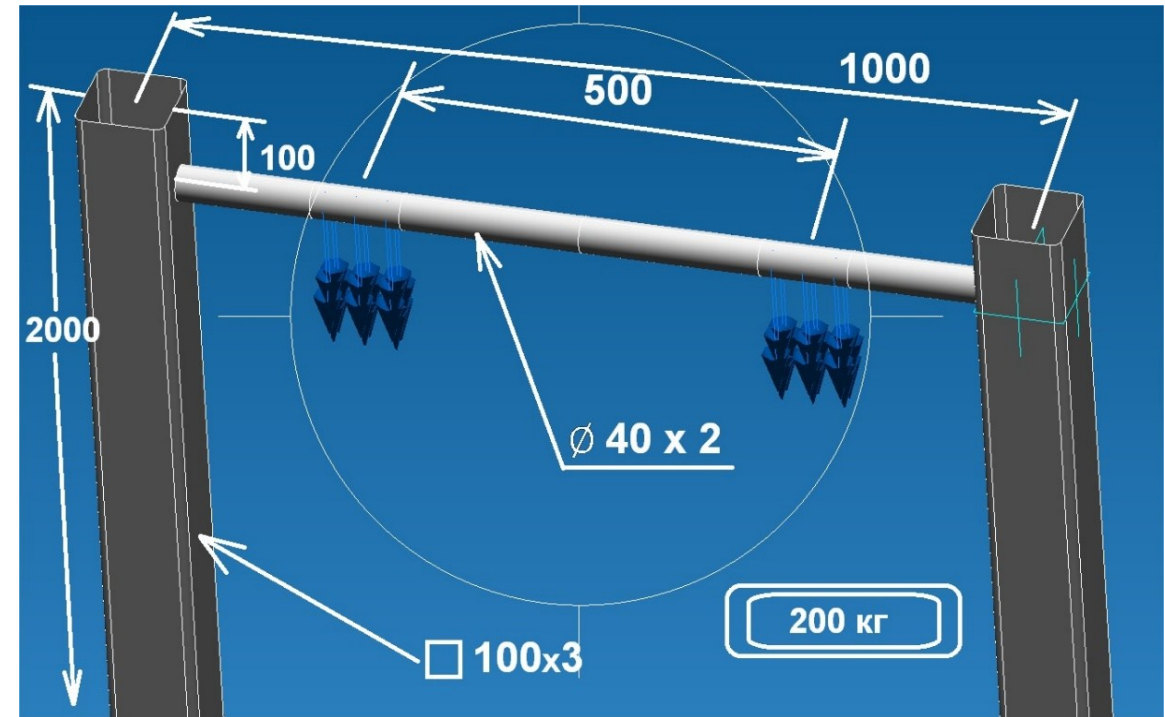
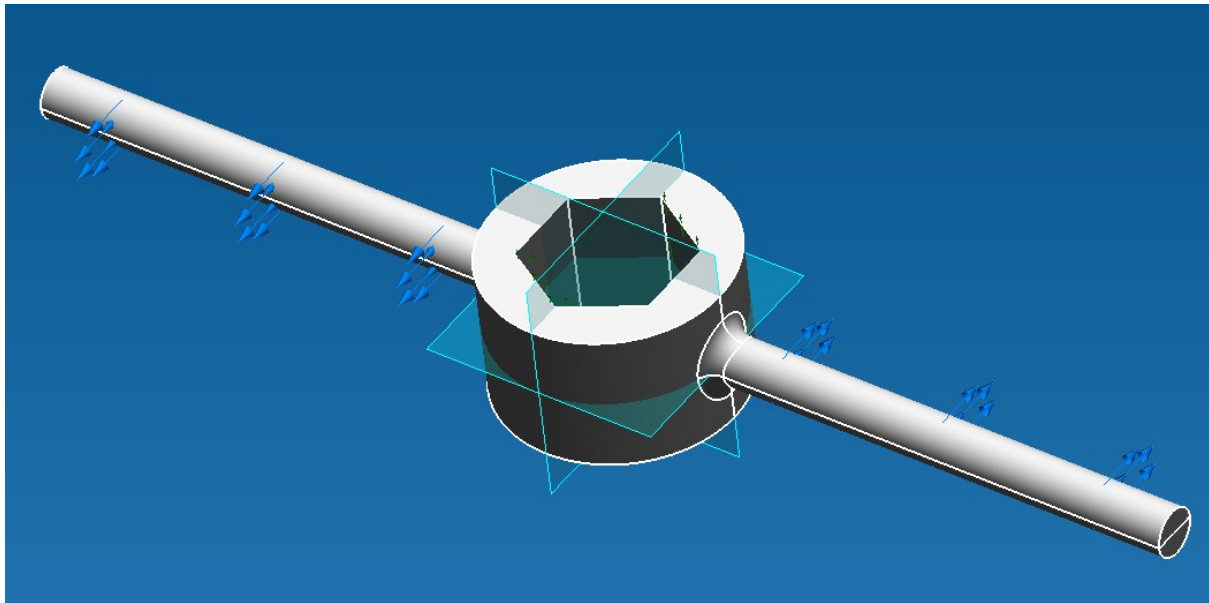
## Базовые принципы

1. Для проведения расчетов машиностроительной или строительной конструкции: напряженно деформированного состояния (НДС), теплопроводности и других - непрерывная конструкция заменяется ее моделью, состоящей из конечных элементов (КЭ), которые соединяются друг с другом с помощью узлов.
2. КЭ представляют собой дискретные области конструкции, на которые разделяется непрерывная реальная конструкция. В пределах этих областей их свойства (поперечное сечение, толщина, свойства материала и т.п.), как правило, остаются постоянными.
3. Узел в зависимости от своих свойств (степеней свободы) – передает силовые факторы от одного КЭ другому(им), с которыми он является общим. Наличие промежуточных узлов в модели конструкцию не ослабляет.
4. КЭ принципиально бывают **нескольких основных типов**:
  - Объемные (солидные, твердотельные);
  - Пластинчатые (оболочечные, поверхностные);
  - Стержневые;
  - Узлы и специальные.
5. Одна из задач расчетчика – минимизировать объем вычислений  $\sim$  число степеней свободы, сохраняя адекватность модели, в частности, за счет использования разных типов КЭ.



# ЗАДАЧИ

## для проработки



# Рады сотрудничеству!



## Научно-технический центр «АПМ»

Московская область, г. Королев,  
Октябрьский бульвар, д. 14, офис 6

Тел.: (495) 120-58-10

Internet: [www.apm.ru](http://www.apm.ru)

E-mail: [com@apm.ru](mailto:com@apm.ru)



Консорциум разработчиков  
инженерного программного обеспечения